

УДК 664.147:519.876:658.56+637.12

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМИ ОЦІНЮВАННЯ МЕДУ
ЗА КРИТЕРІЯМИ ЯКОСТІ ДЛЯ ХАРЧОВОЇ ПРОМИСЛОВОСТІ

Адамчук Л. О.^{1,2}, д.т.н., доц., п.н.с.¹,
п.н.с. відділу наукових досліджень та міжнародного співробітництва²
<https://orcid.org/0000-0003-2015-7956>

Паламарчук І. П.³, д.т.н, проф.,
проф. кафедри процесів і обладнання переробки продукції АПК
<https://orcid.org/0000-0002-0441-6586>

Антонів А. Д.², PhD, харчові технології, с.н.с. центру відкритої науки та популяризації
<https://orcid.org/0000-0002-6614-4248>

Бріндза Ян⁴, PhD, біотехнології, доц.
<https://orcid.org/0000-0001-8388-8233>

¹Інститут ветеринарної медицини НААН, Київ, Україна

²Приватна наукова установа «Ukrainian Science Hub», Бровари, Україна

³Національний університет біоресурсів і природокористування України, Київ, Україна

⁴Словацький університет сільського господарства в Нітрі, Нітра, Словацька Республіка

<https://doi.org/10.31073/foodresources2025-24-18>

Предмет. Проблема контролю якості, ідентифікації, запобігання фальсифікації меду, як оздоровчого продукту та сировини для харчової промисловості актуалізується у зв'язку із глобалізацією ринків світу. Україна є лідером з експорту меду, але внутрішній ринок розвивається досить повільно, незначний відсоток використовується для глибокої переробки у харчові продукти та напої. Насамперед, це пов'язано із складним процесом ідентифікації та встановлення властивостей різних ботанічних та географічних сортів меду. Незрозумілою залишається методика визначення критеріїв якості меду у межах одного сорту за умови відповідності вимогам нормативним документів. Мета. Метою роботи було застосовувати метод математичного моделювання для оцінювання якості різних сортів меду. **Методи.** Під час роботи застосовували методи математичного моделювання для побудови графічних моделей як негативних так і позитивних параметрів для оцінювання якості меду. Також застосовували удосконалені методи мелісопалінології, сортовизначальних ознак та дерево рішень згідно з концепцією НАССР для створення технологічної схеми системи оцінювання меду, як сировини та готового харчового продукту. **Результати.** У статті наведено результати частини комплексних досліджень розробки системи оцінювання безпечності та якості меду, що стосується застосування методів моделювання для встановлення критеріїв якості. Сформовано експериментальну базу досліджень з використанням фізико-хімічних параметрів для сортовизначення меду та висунуто гіпотези для реалізації математичного моделювання. Встановлено критерії якості для використання меду як функціонального інгредієнту у харчових системах, як підсолоджувач або для глибокої переробки з ферментацією. У результаті побудови графічних моделей та математичних розрахунків визначили коефіцієнти для встановлення найвищої якості для різних сортів меду та потенціал до погіршення чи покращення якісних параметрів. **Сфера застосування результатів.** Результати можуть бути використані виробниками меду та інших харчових продуктів для можливості застосовувати методи математичного моделювання для оцінювання якості різних сортів меду.

Ключові слова: графічна модель, математичний аналіз, параметри якості, мед натуральний, критерії оцінювання

MATHEMATICAL MODELING OF THE HONEY ASSESSMENT SYSTEM
BASED ON QUALITY CRITERIA FOR THE FOOD INDUSTRY

Leonora Adamchuk^{1,2}, D-r of Sc., Technical, Associate Professor, Leading Researcher¹,
Leading Researcher for Department of Scientific Research and International Cooperation²
<https://orcid.org/0000-0003-2015-7956>

Igor Palamarchuk³, D-r of Sc., Professor
Department of Processes and Equipment of Agricultural Production Processing
<https://orcid.org/0000-0002-0441-6586>

Artem Antoniv², PhD, Food Technologies, Senior Research,
Senior Researcher of Open Science and Outreach Center
<https://orcid.org/0000-0002-6614-4248>

Jan Brindza⁴, PhD in Biotechnology Science, Associate Professor,
<https://orcid.org/0000-0001-8388-8233>

¹Institute of Veterinary Medicine, NAAS, Kyiv, Ukraine²Independent Research Institute «Ukrainian Science Hub», Brovary, Ukraine³National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine, Kyiv, Ukraine⁴Slovak University of Agriculture in Nitra, Nitra, Slovak Republic

Subject. The issue of quality control, identification, and prevention of honey falsification, as a health-promoting product and a raw material for the food industry, becomes increasingly relevant due to the globalization of world markets. Ukraine is a leading honey exporter, but the domestic market is developing rather slowly, with only a small percentage being used for deep processing into food products and beverages. This is primarily due to the complex process of identifying and establishing the properties of various botanical and geographical types of honey. The methodology for determining quality criteria within a single honey type, while meeting regulatory document requirements, remains unclear. **Purpose.** The objective of this work was to apply mathematical modeling methods to assess the quality of different types of honey. **Methods.** The study employed mathematical modeling methods to construct graphical models of both negative and positive parameters for evaluating honey quality. Additionally, advanced methods of melissopalynology, varietal determination characteristics, and decision trees based on the HACCP concept were applied to develop a technological scheme for the honey quality assessment system, both as a raw material and a finished food product. **Results.** The article presents the results of a part of comprehensive research on developing a honey safety and quality assessment system, focusing on the application of modeling methods to establish quality criteria. An experimental research base was formed using physicochemical parameters for honey varietal determination, and hypotheses were proposed for the implementation of mathematical modeling. Quality criteria were established for the use of honey as a functional ingredient in food systems, as a sweetener, or for deep processing with fermentation. As a result of constructing graphical models and mathematical calculations, coefficients were determined to establish the highest quality for various types of honey and the potential for deterioration or improvement of quality parameters. **Scope of results.** The results can be utilized by honey producers and other food product manufacturers to apply mathematical modeling methods for assessing the quality of different honey types.

Key words: graphical model, mathematical analysis, quality parameters, natural honey, evaluation criteria

Постановка проблеми. Мед, як готовий продукт та сировина для харчової промисловості оцінюється за комплексом органолептичних, фізико-хімічних та біохімічних параметрів для визначення його безпечності та якості, але попри це залишається найбільш фальсифікованим продуктом у світі. Відсутність математичних підходів до оцінювання критеріїв якості меду спричинює надмірні витрати часу й ресурсів на відбір партій для подальшої переробки чи використання.

Сьогодні активно здійснюється науковий пошук методів для оцінювання якості меду для покращення знань фізико-хімічних, біохімічних і мелісопалінологічних характеристик [1] з метою подальшого його використання як готовий оздоровчий продукт або сировина для харчової промисловості [2]. Доведено, що детермінанти сприйняття споживачами атрибутів якості меду, впливають на рішення про покупку [3].

Сорти меду відрізняються сенсорними властивостями та біологічною цінністю, тому часто виникають проблеми щодо збереження його автентичності та якості через фальсифікацію та неправильну ідентифікацію, маркування. Для нівелювання вказаних проблем, зараз використовують різні сучасні методи: спектроскопія ближнього інфрачервоного діапазону (NIR), як неруйнівний аналітичний метод для одночасної оцінки кількості та автентичності меду [4]; мас-спектрометрію ізотопного відношення рідинної хроматографії (LC-IRMS) для визначення співвідношення стабільних ізотопів вуглецю ($\delta^{13}\text{C}$) цукрових фракцій меду, як потужний інструмент для виявлення фальсифікації цукрових сиропів [5]; рідинну хроматографії (LC) у поєднанні з квадрупольною часопролітною мас-спектрометрією (QTOF-MS) для зняття відбитків меду різного квіткового походження та визначення автентичності [6]; традиційний метод мелісопалінології [7], яка полягає в ідентифікації пилку за допомогою світлової [8] чи електронної [9] мікроскопії для визначення рослин, які відвідують медоносні бджоли під час виробництва меду для сортовизначення. Поряд з цим, методи математичного моделювання є менш поширені і потребують подальшого розвитку наукової думки.

Метою статті є застосувати математичне моделювання за критеріями якості згідно з розробленою системою оцінювання безпечності та якості меду.

Матеріали та методи. В процесі дослідження було застосовано комплексний підхід до оцінювання якості меду як сировини та готового харчового продукту для потреб харчової промисловості. Для побудови системи оцінювання використовували методи математичного моделювання, зокрема графічні моделі, що відображають взаємозв'язки між негативними (ризиковими) та позитивними (якісними) параметрами меду. Моделі формувалися з урахуванням аналітичних показників якості (вологість, електропровідність, діастазне число, вміст редукуючих цукрів тощо) та маркерів автентичності. Удосконалені методи мелісопалінології застосовувалися для визначення ботанічного походження меду, що є важливим елементом сортової класифікації. Аналіз пилкового складу здійснювався за допомогою світлової мікроскопії з подальшою ідентифікацією домінантних та супровідних таксонів. Оцінка сортовизначальних ознак виконувалась відповідно до методичних рекомендацій, затверджених для контролю якості меду в ЄС та Україні. Для структуризації логіки прийняття рішень щодо якості меду було застосовано метод дерева рішень, реалізований відповідно до принципів концепції НАССР (Hazard Analysis and Critical Control Points). Це дозволило інтегрувати технологічні етапи з контролем критичних точок, які впливають на якість та безпечність продукту. Результатом є побудова технологічної схеми системи оцінювання меду, яка може бути адаптована як для лабораторної аналітики, так і для виробничого контролю в умовах харчових підприємств.

Результати та обговорення. Формування експериментальної бази досліджень. Математичне моделювання застосовувалося для найбільш поширених монофлорних квіткових сортів меду. Застосовували оцінювання за фізико-хімічними показниками. На основі проведених експериментальних досліджень протягом 2016–2021 років було отримано сортовизначальні ознаки медів та усереднені дані, що представлені у таблиці 1.

Таблиця 1

Сортівизначальні ознаки поширених ботанічних сортів меду за фізико-хімічними показниками, $\text{Lim min} \rightarrow \text{max}$, (2016–2021 рр.)

Показник	Ботанічна приналежність за пилковим аналізом			
	акація	ріпак	липа	соняшник
Масова частка вологи, %	14,6–18,6	17,8–18,8	18,6–21,0	16,5–23,2 ^{1,2}
Масова частка відновлюваних цукрів в сухій речовині, %	67,8–96,0 ¹	81,7–95,7	88,5–96,5	80,1–99,1
Масова частка цукрози в сухій речовині, %	0,73–9,61	1,1–7,47 ^{1,2}	0,8–8,9 ^{1,2}	0,1–4,4
ГМФ, мг/кг	0,4–12,3	6,5–10,0	4,2–12,0	2,6–29,0
Діастазне число, од. Готе	2,8–21,1 ¹	9,5–12,3 ¹	12,5–30,8 ¹	4,8–24,2 ^{1,2}
Пролін, мг/кг	139,2–350,1 ¹	115,1–207,8 ^{1,2}	148,8–176,2 ^{1,2}	302,0–725,0
Кислотність, 0,1 моль/дм ³ розчину гідроксиду натрію на кг	8,7–11,6	10,7–14,8	19,8–24,3	10,8–30,3
Глюкоза, г/100 г	25,6–28,2	47,1–49,3	25,5–31,8	26,9–38,2
Фруктоза, г/100 г	41,2–45,7	23,3–44,7	41,6–41,9	42,5–45,0
pH	3,5–4,0	3,8–4,2	4,2–4,5	3,8–3,9

Примітка 1 – не відповідає вимогам ДСТУ 4497:2005;

2 – не відповідає вимогам Наказу №330 МінАПК «Про затвердження вимог до меду»

На підґрунті використання удосконалених методів мелісопалінології [8] та сортовизначальних ознак, була розроблена система оцінювання якості та безпечності меду, яка передбачає застосування критеріїв якості та інтегрована у дерево рішень згідно з концепцією НАССР (рис. 1).

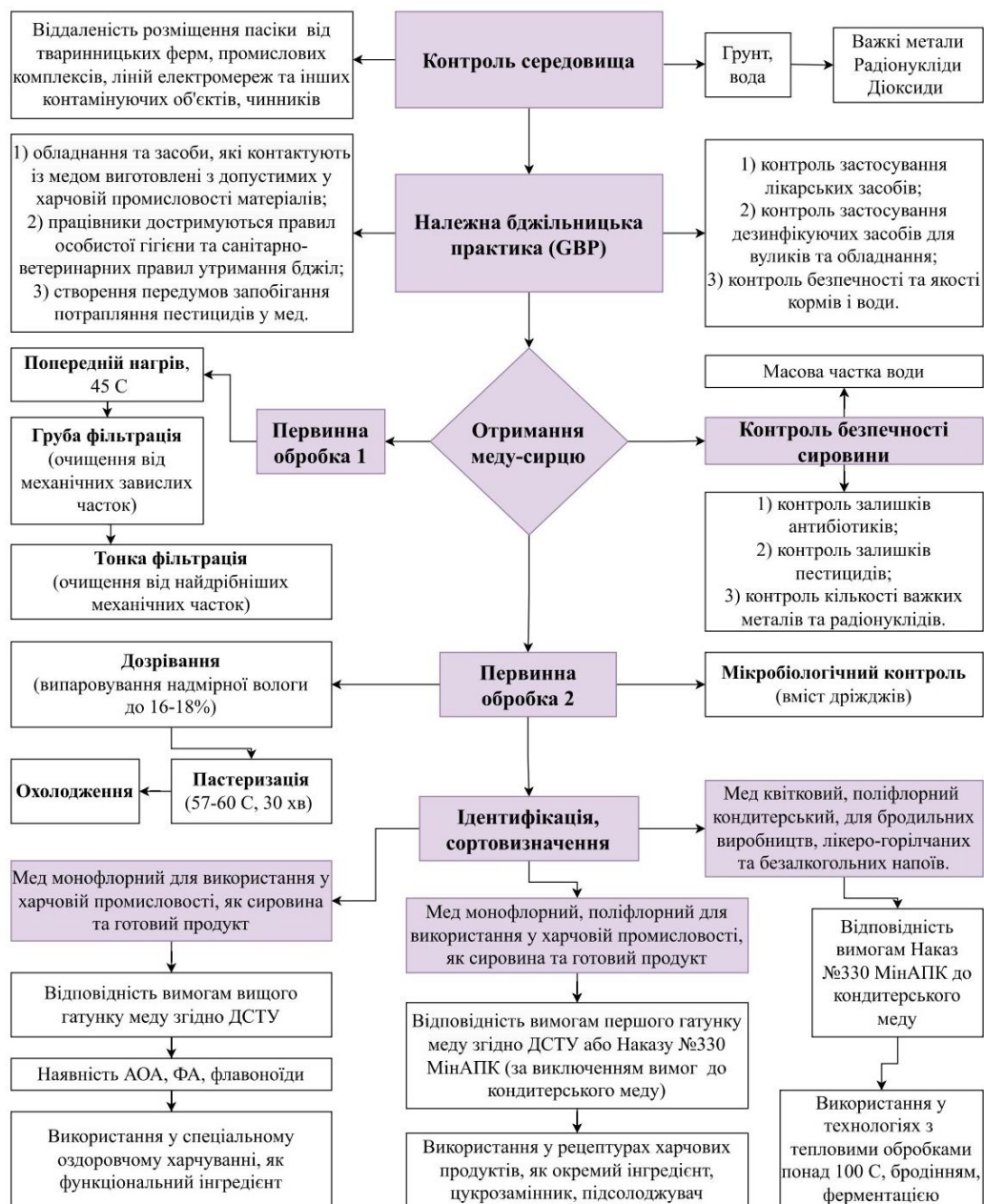


Рис. 1. Технологічна схема системи оцінювання меду, як сировини та готового харчового продукту (АОА – антиоксидантна активність; ФА – ферментативна активність)

Критерії якості 1. Мед монофлорний для використання у харчовій промисловості як сировина або готовий продукт, який за органолептичними, фізико-хімічними та показниками безпеки, відповідає вимогам ДСТУ 4497:2005 «Мед натуральний. Технічні умови» до вищого гатунку; відноситься до певного ботанічного сорту або має географічне зазначення; має відносно стабільний склад та встановлені АОА, ферментативну активність, вміст флавоноїдів; може бути використаний у рецептурах оздоровчих харчових продуктів, функціональний інгредієнт для підвищення поживної цінності.

Критерії якості 2. Мед монофлорний або поліфлорний, в тому числі падевий, для використання у харчовій промисловості як сировина або готовий продукт, який за органолептичними, фізико-хімічними та показниками безпеки, відповідає вимогам ДСТУ 4497:2005 «Мед натуральний. Технічні умови» до першого гатунку або вимогам Наказу МінАПК № 330 «Про затвердження вимог до меду» від 19.06.2019 р. (за винятком до кондитерського); додатково досліджується показник відношення фруктози до глюкози для

розуміння швидкості кристалізації; може бути використаний у рецептурах харчових продуктів, як окремий інгредієнт, підсолоджувач, цукрозамінник.

Критерії якості 3. Мед квітковий (падевий є непридатним), поліфлорний, кондитерський який за фізико-хімічними та показниками безпеки, відповідає вимогам Наказу МінАПК № 330 «Про затвердження вимог до меду» від 19.06.2019 для кондитерського меду; може бути використаний у харчових технологіях з високою температурною обробкою або ферментацією, бродильних виробництв, лікєро-горілочаних та безалкогольних напоїв.

У разі невідповідності досліджуваного зразка жодним вимогам, такий мед не може використовуватися у виробництві харчових продуктів.

Гіпотези, висунуті під час моделювання. Для адекватної оцінки представлені характеристики досліджуваних сортів меду систематизували на дві групи: параметри негативні, які погіршують властивості продукції та позитивні, що поліпшують якісні характеристики меду. За цього також враховували, що за певних величин цих параметрів, зокрема, їх концентрацією у продукті, такий мед можна віднести як до одної, так і до іншої групи.

Отже, *першою гіпотезою* є те, що негативні та позитивні параметри створюють відповідні якісні простори, взаємодія яких формує властивості продукції. Оцінювання цих характеристик проводили окремо під час застосування безрозмірних величин.

Певні обмеження цих параметрів, у першу чергу з боку негативних характеристик, здійснюють контрольні величини, що нормуються відповідними стандартами. Величину будь-якого нормативного показника приймають за одиницю, а поточні характеристики визначають із співвідношення до цього показника. Таким чином, можна проводити математичне оцінювання якості через певні залежності між вказаними характеристиками. Дійсність такої оцінки визначає *другу гіпотезу* під час побудови математичної моделі: якість меду визначаємо за величинами співвідношень між безрозмірними характеристиками нормативних та поточних параметрів меду.

Відповідно до вказаних гіпотез, для певного критерію якості складали інтервали контрольних значень характеристик медів за негативними та позитивними параметрами. Так, у таблицях 2–4 вказана межа контрольних значень для застосування системи оцінювання меду за критеріями якості 1–3 відповідно встановлених вимог.

Числові контрольні значення були враховані згідно національних та міжнародних вимог, зокрема: ДСТУ 4497:2005, Наказ Мінекономіки № 330 від 19.06.2019 р., Директива Ради ЄС 2001/110/ЄС від 20.12.2001 р. Були враховані специфічні вимоги до акацієвого сорту меду, який має послаблення норм для показників вмісту ферментів за кількісним значенням проліну та активністю діастази, а також загальною кількістю сахарози у%.

Для частина параметрів не використовуються числові значення, однак вказані вимоги щодо меж допустимих норм та необхідність їхнього контролювання. Так, для меду, що відповідає 1 критерію якості не допускається вміст радіонуклідів, антибіотиків, пестицидів та мікотоксинів навіть у межах допустимих норм. Для меду, що відповідає 2 і 3 критерію якості допускається вміст радіонуклідів, антибіотиків та пестицидів у межах норм встановлених вимогами (стандартами, директивами). Для меду, що належить до 3 критерію якості також допустимий вміст мікотоксинів (в межах норм), так як сировина піддається глибокій технологічній переробці.

Побудова математичних моделей якості. Нормативний простір показників якості відобразили у вигляді правильних багатокутників. Їх діагоналями є подвоєне значення нормативних показників, які чисельно дорівнюють безрозмірній одиниці, що було відзначено у другій гіпотезі. Кількість кутів або сторін багатокутників визначається кількістю параметрів, що беруться для оцінювання певного сорту меду. Для кожного оцінюваного сорту меду будували простір за позитивними чи негативними параметрами для порівняння із нормативним за визначеними площами багатокутників. Склали

розрахункову графічну модель на прикладі оцінювання характеристик акацієвого сорту меду з використанням 5 негативних параметрів якості (рис. 2).

Таблиця 2

Контрольні значення для застосування системи оцінювання меду за критерієм якості 1

<i>Негативні параметри</i>		
1	Масова частка вологи, %	≤ 18,5
2	Масова частка сахарози, %	≤ 3,5
3	Кислотність, мекв. NaOH (0.1 моль/дм ³) на 1 кг	≤ 40
4	ГМФ, мг/кг	≤ 10
5	Електропровідність, мС/см	≤ 1,0
6	pH	≤ 5
<i>негативні по бактерицидності меду (результат у додатку В)</i>		
1	Мінімальна інгібувальна концентрація меду проти <i>E. coli</i> , <i>Salmonella spp.</i> , <i>L. monocytogenes</i> , г/мл	≤ 0,188
2	Мінімальна інгібувальна концентрація меду проти <i>S. aureus</i> , г/мл	≤ 0,375
3	Мінімальна бактерицидна проти <i>E. coli</i> , <i>L. monocytogenes</i> , г/мл	≤ 0,188
4	Мінімальна бактерицидна проти <i>Salmonella spp.</i> , г/мл	≤ 0,375
5	Мінімальна бактерицидна проти <i>S. aureus</i> , г/мл	≤ 0,750
<i>позитивні параметри</i>		
1	Масова частка відновлюваних цукрів в сухій речовині, %	≥ 80
2	Діастаза, од. Готе	≥ 15
3	Пролін, мг/кг	≥ 300
4	pH	≥ 3,5
5	Фруктоза, г/100 г	33
6	Глюкоза, г/100 г	25
<i>параметри, що не мають числових значень</i>		
1	Приналежність до ботанічного сорту	так
2	Географічне зазначення	так
3	Вміст радіонуклідів	ні
4	Вміст антибіотиків	ні
5	Вміст пестицидів	ні
6	Вміст мікотоксинів	ні
7	Встановлено групи фенольних сполук та АОА	так

Примітка. Для акацієвого сорту меду пролін ≥ 200 мг/кг, сахароза ≤ 10%, діастаза ≥ 5 од. Готе.

Таблиця 3

Контрольні значення для застосування системи оцінювання меду за критерієм якості 2

<i>Негативні параметри</i>		
1	Масова частка вологи, % для внутрішнього споживання	≤ 21
2	Масова частка вологи, % на експорт	≤ 20
3	Масова частка сахарози, %	≤ 6
4	Кислотність, мекв. NaOH (0.1 моль/дм ³) на 1 кг	≤ 50
5	ГМФ, мг/кг	≤ 25
6	Електропровідність, мС/см	≤ 1,5
7	pH	≤ 7
<i>позитивні параметри</i>		
1	Масова частка відновлюваних цукрів в сухій речовині, %	≥ 70
2	Діастаза, од. Готе	≥ 10
3	Пролін, мг/кг	≥ 300
4	pH	≥ 3,5

Продовження таблиці 3

параметри, що не мають числових значень		
1	Встановлено фруктоза/глюкоза	так
2	Вміст радіонуклідів в межах допустимих норм	так
3	Антибіотики хлорамфенікол, АОЗ, АМОЗ – в межах допустимих норм, інші не виявлені	так
4	Вміст пестицидів в межах допустимих норм	так
5	Вміст мікотоксинів	ні

Примітка. Для акацієвого сорту меду пролін ≥ 200 мг/кг, сахароза $\leq 10\%$, діастаза ≥ 5 од. Готе.

Таблиця 4

Контрольні значення для застосування системи оцінювання меду за критерієм якості 3

Негативні параметри		
1	Масова частка вологи, %	≤ 23
2	Масова частка сахарози, %	≤ 5
3	Кислотність, мекв. NaOH (0.1 моль/дм ³) на 1 кг	≤ 50
4	ГМФ, мг/кг	≤ 80
5	Електропровідність, мС/см	$\leq 0,8$
6	pH	≤ 7
позитивні параметри		
1	Масова частка відновлюваних цукрів в сухій речовині, %	≥ 45
2	Діастаза, од. Готе	≥ 8
3	Пролін, мг/кг	≥ 180
4	pH	$\geq 3,0$
не мають числових значень		
1	Вміст радіонуклідів в межах допустимих норм	так
2	Антибіотики хлорамфенікол, АОЗ, АМОЗ – в межах допустимих норм, інші не виявлені	так
3	Вміст пестицидів в межах допустимих норм	так
4	Вміст мікотоксинів в межах допустимих норм	так

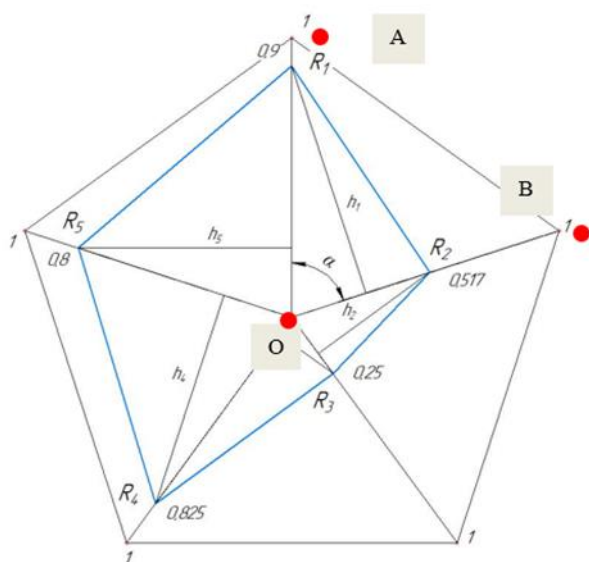


Рис. 2. Розрахункова графічна модель 5-факторного простору негативних параметрів для оцінювання якості акацієвого сорту меду

Примітка. 1 (R) – коефіцієнт величини нормованих параметрів; R_1 (0,9) – коефіцієнт показника масової частки води; R_2 (2,86) – коефіцієнт показника масової частки сахарози; R_3 (0,25) – коефіцієнт показника кислотності; R_4 (0,825) – коефіцієнт показника ГМФ; R_5 (0,8) – коефіцієнт показника pH; h_1, h_2, h_3, h_4, h_5 – висота трикутників, на які розбивається п'ятикутник для дослідження площі простору параметрів якості зазначеного сорту меду; α – кут, який утворюється внаслідок проведення прямих, що будували із центру до вершин правильного 5-кутника; синім кольором відображено 5-кутник, що відображає простір за оцінюваними параметрами якості зазначеного сорту меду; точки A, B, O – використовуються для розрахунку довжини прямих між ними.

Значення R_i визначали як відношення величин дійсного i -того параметру до нормованого його значення. Наприклад, для визначення R_1 (масової частки води акацієвого сорту меду) знаходимо відношення значення дійсного параметру (18,3) до нормованого (18,5). За цього, R_1 буде становити 0,98. Аналогічно визначали коефіцієнти

для інших параметрів обраних для графічного моделювання системи оцінювання якості, які наведені у табл. 5.

Таблиця 5

Розрахунок коефіцієнтів якості акацієвого сорту меду за 1 критерієм

№ з/п	Показник	Норма		Характеристики якості меду						
		AB	R, ум. од.	CB	R _i , ум. од.	S _i , ум. од. ²	k _{яз}	k _{вн}	φ _{яз} , %	φ _{яс} , %
Оцінювання за негативними параметрами										
1	Масова частка вологи, %	18,5	1,0	18,3	0,9	1,04	-	0,44	-	56,3
2	Масова частка сахарози, %	10	1,0	5,17	0,517					
3	Кислотність, мекв. NaOH (0.1 моль/дм ³) на 1 кг	40	1,0	10,15	0,25					
4	ГМФ, мг/кг	10	1,0	8,25	0,825					
5	pH	5	1,0	4	0,8					
Оцінювання за позитивними параметрами										
1	Масова частка відновлюваних цукрів в сухій речовині, %	80	1,0	81,9	1,023	5,15	1,98	-	49,59	-
2	Діастаза, од. Готе	5	1,0	11,95	2,39					
3	Пролін, мг/кг	200	1,0	244,65	1,223					
4	pH	3,5	1,0	4	1,143					
5	Фруктоза, г/100г	33	1,0	34	1,03					
6	Глюкоза, г/100г	25	1,0	48,2	1,928					

Примітка: AB – абсолютна величина оцінюваного параметру; R ум. од (1,0) – коефіцієнт величини нормованого параметру; CB – середня величина оцінюваного параметру; R_i – поточні параметри, що представлені в ум. од.; S_i – простір параметрів (негативних або позитивних), що визначається площею неправильного багатокутника, ум. од.²; k_{вн} – коефіцієнт відповідності нормативам якості; φ_{яс} – відносний коефіцієнт спадання якості, %; k_{яз} – коефіцієнт зростання якості; φ_{яз} – відносний коефіцієнт зростання якості, %.

Отримані вершини складають плоску фігуру, що відображає простір негативних параметрів акацієвого сорту меду. Встановлені коефіцієнти для дійсних параметрів відкладали на відповідних прямих, які проводили із центру до вершин правильного 5-кутника. Величину h_i та кут α знаходили для подальших розрахунків площ нормованого та за оцінюваними параметри просторів з метою подальшого оцінювання. У разі використання для кількісної оцінки 6 параметрів, нормований простір відображає вже правильний 6-кутник, що представлено на прикладі оцінювання негативних параметрів акацієвого сорту меду (рис. 3).

Розроблений метод математичного моделювання системи оцінювання меду за критеріями якості можливо застосовувати і за меншою кількістю оцінюваних параметрів. Так, наприклад, побудовані розрахункові графічні моделі 4-факторного простору негативних параметрів для оцінювання якості ріпакового сорту меду (рис. 4, табл. 6) та 3-факторного простору – для синякового (рис. 5).

Побудовані багатокутники (синім кольором) на відповідних графічних моделях візуально уже дозволяють оцінити якість досліджуваного сорту меду. У випадку побудови графічних моделей за позитивними параметрами визначений простір має бути більшим за нормований або дорівнювати йому, а вершини багатокутника віддалятися від його центру. У разі побудови графічних моделей за негативними параметрами визначений простір має бути меншим за нормований, а вершини багатокутників наближатися до центру. Окрім візуального відображення, графічна модель слугує розрахунковою для математичного оцінювання.

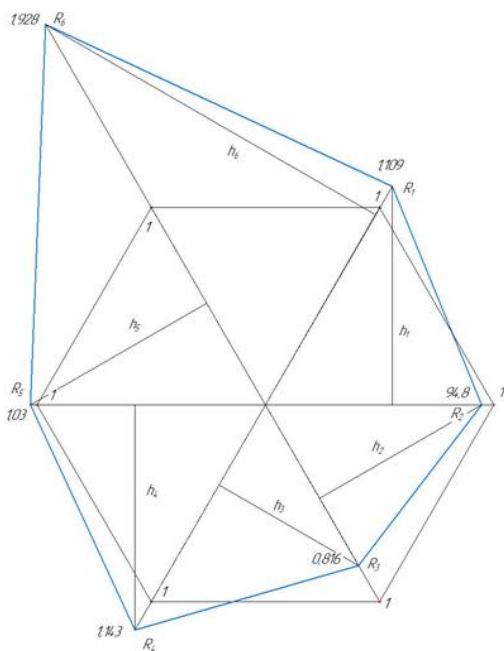


Рис. 3 Розрахункова графічна модель 6-факторного простору позитивних параметрів для оцінювання якості акацієвого сорту меду

Примітка. $1(R)$ – коефіцієнт величини нормованих параметрів; $R_1(1,928)$ – коефіцієнт показника масової частки відновлювальних цукрів; $R_2(94,8)$ – коефіцієнт показника діастази; $R_3(0,816)$ – коефіцієнт показника проліну; $R_4(1,143)$ – коефіцієнт показника рН; $R_5(1,03)$ – коефіцієнт показника фруктози; $R_6(1,928)$ – коефіцієнт показника глюкози; $h_1, h_2, h_3, h_4, h_5, h_6$ – висота трикутників, на які розбивається шести кутник для дослідження площі простору параметрів якості зазначеного сорту меду; синім кольором відображено 6-кутник, що відображає простір за оцінюваними параметрами якості зазначеного сорту меду

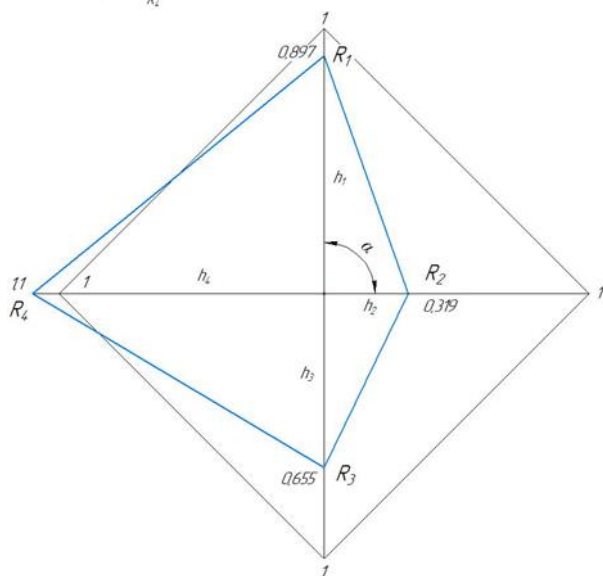


Рис. 4 Розрахункова графічна модель 4-факторного простору негативних параметрів для оцінювання якості ріпакового сорту меду

Примітка. $1(R)$ – коефіцієнт величини нормованих параметрів; $R_1(0,897)$ – коефіцієнт показника масової частки води; $R_2(2,86)$ – коефіцієнт показника кислотності; $R_3(0,655)$ – коефіцієнт показника ГМФ; $R_4(1,1)$ – коефіцієнт показника кислотності; h_1, h_2, h_3, h_4 – висота трикутників, на які розбивається шести кутник для дослідження площі простору параметрів якості зазначеного сорту меду; α – кут, який утворюється внаслідок проведення прямих, що будували із центру до вершин правильного 4-кутника; синім кольором відображено 4-кутник, що відображає простір за оцінюваними параметрами якості зазначеного сорту меду

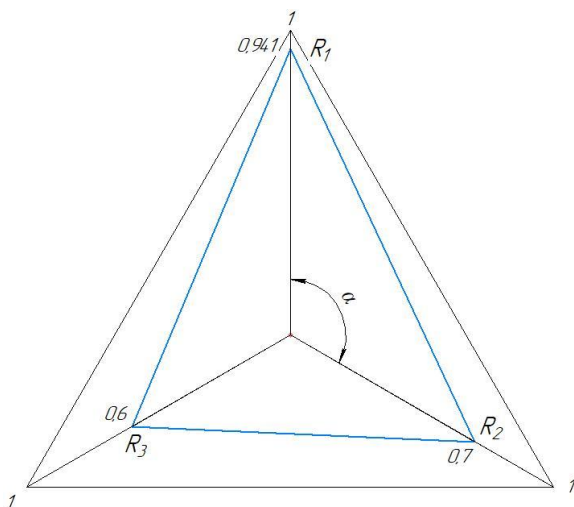


Рис. 5 Розрахункова графічна модель 3-факторного простору позитивних параметрів для оцінювання якості синякового сорту меду

Примітка. $1(R)$ – коефіцієнт величини нормованих параметрів; $R_1(0,941)$ – коефіцієнт показника масової частки води; $R_2(0,7)$ – коефіцієнт показника кислотності; $R_3(0,6)$ – коефіцієнт показника ГМФ; α – кут, який утворюється внаслідок проведення прямих, що будували із центру до вершин правильного 3-кутника; синім кольором відображено 3-кутник, що відображає простір за оцінюваними параметрами якості зазначеного сорту меду

У подальшому, використовуючи представлені графічні моделі алгебраїчними методами знаходили загальні площі багатокутників побудованих за коефіцієнтами оцінюваних (неправильні багатокутники) та нормованих параметрів (правильні

багатокутники). Величину S_i , яка становить площу неправильного багатокутника на рисунках 2–5 (вказана площа окреслена синім кольором) знаходили як суму площ трикутників, з яких вона складається. Методика розрахунку цього параметру представлена нижче на прикладі 5-факторного простору негативних параметрів (рис. 2) та 6-факторного (рис. 3) простору позитивних параметрів для оцінювання якості акацієвого сорту меду.

Так, із рис. 2 площа S_1 першого трикутника OAB складає $S_1 = 0,5h_1 \cdot OB = 0,5 \cdot OA \cdot \sin \alpha \cdot OB = 0,5 \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot \sin \alpha$. Очевидно, що $R_1 = OA$; $R_2 = OB$ – є величини поточних характеристик досліджуваного меду, які геометрично проведені через центр правильного 5-кутника у напрямі прямих відповідного нормованого (контрольного) значення кожного із цих параметрів. Аналогічно отримали, що площі $S_2 = 0,5 \cdot R_2 \cdot R_3 \cdot \sin \alpha$; $S_3 = 0,5 \cdot R_3 \cdot R_4 \cdot \sin \alpha$; $S_4 = 0,5 \cdot R_4 \cdot R_5 \cdot \sin \alpha$; $S_5 = 0,5 \cdot R_5 \cdot R_1 \cdot \sin \alpha$. Так, загальна шукана площа 5-кутника становить:

$$S_{05} = 0,5 \sin \alpha \cdot [R_1 \cdot R_2 + R_2 \cdot R_3 + R_3 \cdot R_4 + R_4 \cdot R_5 + R_5 \cdot R_1] \quad (1)$$

Використовуючи розрахункову графічну модель на рис. 3, площа S_1 першого трикутника OAB складає $S_1 = 0,5h_1 \cdot OB = 0,5 \cdot OA \cdot \sin \alpha \cdot OB = 0,5 \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot \sin \alpha$. Очевидно, що $R_1 = OA$; $R_2 = OB$ – є значення поточних характеристик досліджуваного меду, які геометрично проведені через центр правильного 6-кутника у напрямі прямих відповідного контрольного значення кожного із цих параметрів. Аналогічно отримали загальну площу шуканого неправильного 6-кутника:

$$S_{06} = 0,5 \sin \alpha \cdot [R_1 \cdot R_2 + R_2 \cdot R_3 + R_3 \cdot R_4 + R_4 \cdot R_5 + R_5 \cdot R_6 + R_6 \cdot R_1] \quad (2)$$

Аналогічно знайшли, що для 3-факторного та 4-факторного простору площі поточних параметрів складають:

$$S_{03} = 0,5 \sin \alpha \cdot [R_1 \cdot R_2 + R_2 \cdot R_3 + R_3 \cdot R_1] \quad (3)$$

$$S_{04} = 0,5 \sin \alpha \cdot [R_1 \cdot R_2 + R_2 \cdot R_3 + R_3 \cdot R_4 + R_4 \cdot R_1] \quad (4)$$

Площі правильних багатокутників на відображених розрахункових графічних моделях демонструють нормований простір (контрольних значень) параметрів під час оцінювання відповідного сорту меду, тобто $S_{np} = S_n$.

Під час визначенні цих площ (S_{np}) скористалися загальноприйнятою формулою Борисенко (1995) для площі багатокутника:

$$S_{np} = \frac{ma^2}{4 \operatorname{tg} \left(\frac{180}{m} \right)},$$

де m – кількість кутів або сторін багатокутника; a – величина сторони багатокутника, яку можна знайти через напівдіагональ R як:

$$a = 2R \sin \left(\frac{180}{m} \right).$$

Тоді шукана величина площі багатокутника становить:

$$S_{np} = \frac{mR^2 \sin^2 \left(\frac{180}{m} \right)}{\operatorname{tg} \left(\frac{180}{m} \right)} = mR^2 \sin \left(\frac{180}{m} \right) \cdot \cos \left(\frac{180}{m} \right) = 0,5mR^2 \sin \left(\frac{360}{m} \right) \quad (5)$$

Враховуючи, що показаний на рис. 2 кут $\alpha = \frac{180}{m}$, то формулу (5) остаточно відтворили як:

$$S_{np} = S_n = 0,5mR^2 \sin \alpha \quad (6)$$

Використовуючи формулу (6) визначили площі багатокутників за нормованими

параметрів для всіх досліджуваних просторів, а саме, для оцінювання за трьома, чотирма, п'яти та шести параметрами, відповідно:

$$S_{н3} = 0,5mR^2 \sin \alpha = 0,5 \cdot 3 \cdot \sin 120 = 1,299 \text{ од.}^2$$

$$S_{н4} = 0,5 \cdot 4 \cdot \sin 90 = 2 \text{ од.}^2$$

$$S_{н5} = 0,5 \cdot 5 \cdot \sin 72 = 2,378 \text{ од.}^2$$

$$S_{н6} = 0,5 \cdot 6 \cdot \sin 60 = 2,598 \text{ од.}^2$$

За цього враховували, що із другої гіпотези математичного моделювання $R = 1$, а кут α складає відповідно для правильного трикутника $\alpha = 120^\circ$, для правильного чотирикутника $\alpha = 90^\circ$; правильного п'ятикутника $\alpha = 72^\circ$; правильного шестикутника $\alpha = 60^\circ$. Таким чином, простір оцінювання як нормованих S_n , так і оцінюваних показників S_i для i -того параметра можна визначити, використовуючи подані та знайдені геометричні характеристики та їх величини, які були отримані у результаті експериментальних досліджень (табл. 2–4). Для цього зручно використовувати наступні співвідношення.

Для негативних параметрів використовували розроблений коефіцієнт відповідності нормативам якості $k_{вн} = \frac{S_i}{S_n}$, який показує наскільки близько відповідає якість

досліджуваного меду нормативним показникам за певного факторного простору, що визначають алгебраїчно при наближенні отриманого результату до одиниці або геометрично за асиметрією отриманої площі багатокутника відносно правильного, тобто нормованого.

Для оцінювання частки (у%) простору поточних негативних параметрів у просторі нормативних показників використовували розроблений відносний коефіцієнт спадання якості $\varphi_{ся} = \frac{S_n - S_i}{S_n} \cdot 100\%$.

Для оцінювання позитивних параметрів якості розробили і запропонували наступні коефіцієнти.

Коефіцієнт зростання якості $k_{зя} = \frac{S_i}{S_n}$, що показує у скільки разів простір якості

поточних позитивних показників перевищує нормативні, тобто які перспективи (потенціал) притаманні досліджуваному сорту меду.

Відносний коефіцієнт зростання якості $\varphi_{зя} = \frac{S_i - S_n}{S_i} \cdot 100\%$ показує, яку частку (у%)

складає простір нормативних параметрів відносно простору поточних позитивних показників якості.

Тоді за результатами показаного вище математичного дослідження шукані моделі оцінювання якості для найбільш технологічно вдалого сорту меду можна відобразити наступним чином.

$$k_{вн} = \frac{S_i}{S_n} \rightarrow 1 \quad (7)$$

$$\varphi_{ся} = \frac{S_n - S_i}{S_n} \cdot 100\% \rightarrow 0 \quad (8)$$

$$k_{зя} = \frac{S_i}{S_n} \rightarrow \max \quad (9)$$

$$\varphi_{зя} = \frac{S_i - S_n}{S_i} \cdot 100\% \rightarrow 100 \quad (10)$$

Значення S_i визначали за визначеними усередненими показниками згідно

експериментальних досліджень певного сорту меду та за використання виведеної математичної інтерпретації площі неправильних багатокутників на основі правильних:

$$S_{oi} = 0,5 \sin \alpha \cdot [R_1 \cdot R_2 + R_2 \cdot R_3 + R_3 \cdot R_4 + \dots + R_i \cdot R_1] \quad (11)$$

Також застосовували відповідну розрахункову комп'ютерну програму для автоматизації розрахунків та побудови графічних моделей. Значення S_n для відповідного факторного простору визначали за виведеною формулою (6).

Відповідно до розроблених графічних моделей факторного простору негативних і позитивних параметрів, проводили розрахунок коефіцієнтів спадання та зростання якості для оцінювання певного сорту меду.

Так, згідно формул 7–8 відносний коефіцієнт спадання якості для оцінювання акацієвого сорту меду за 1 критерієм становить 56,3%, що показує частку відповідності встановленим нормам згідно розробленої системи оцінювання. $\varphi_{яс}$ повинне наближатися до 0, що вказує на високу якість. З таблиці 6, видно, що за комплексом оцінених параметрів $\varphi_{яс}$ для ріпакового сорту меду становить 31,78%, що вказує на вищу якість у порівнянні до акацієвого, хоч обидва відповідають 1 критерію.

Таблиця 6

Розрахунок коефіцієнтів якості ріпакового сорту меду за 1 критерієм

№ з/п	Показник	Норма		Характеристики якості меду							
		АВ	R, ум. од	СВ	R _i , ум. од	S _i , ум. од ²	k _{яз}	k _{вн}	φ _{яз} , %	φ _{яс} , %	
	Оцінювання за негативними параметрами										
1	Масова частка вологи, %	18,5	1,0	16,6	0,897	1,62	-	0,68	-	31,78	
2	Масова частка сахарози, %	3,5	1,0	4,29	1,23						
3	Кислотність, мекв. NaOH (0.1 моль/дм ³) на 1 кг	40	1,0	12,75	0,319						
4	ГМФ, мг/кг	10	1,0	6,55	0,655						
5	pH	5	1,0	5,5	1,1						
№	Оцінювання за позитивними параметрами										
1	Масова частка відновлюваних цукрів в сухій речовині, %	80	1,0	81,95	1,024	2,89	1,11	-	10,12	-	
2	Діастаза, од. Готе	15	1,0	11,95	0,797						
3	Пролін, мг/кг	300	1,0	161	0,537						
4	pH	3,5	1,0	5,5	1,571						
5	Фруктоза, г/100г	33	1,0	43,45	1,317						
6	Глюкоза, г/100 г	25	1,0	26,9	1,076						

Примітка. Див. примітку до табл. 5.

$k_{яз}$ (позитивний параметр) повинен **прямувати** до максимуму, чим вище числове значення, тим краща якість. Якщо $k_{яз} = 1$, то відповідає нормі, якщо більше 1, то має потенціал для покращення якості. Так, для акацієвого сорту $k_{яз} = 1,98$, а для ріпакового – 1,11, що вказує на перевагу першого, хоча обидва відповідають вимогам.

$\varphi_{яз}, \%$ показує яка частка нормативного простору має місце у просторі оцінюваного поточного параметра у%. Практично він має прагнути до 100%. За $\varphi_{яз}$ чітко видно перевагу акацієвого сорту меду над ріпаковим, з відносними коефіцієнтами зростання якості 49,59% і 10,12% відповідно.

Результати математичного моделювання впроваджені практично. Так, на основі розроблених математичних графічних моделей, за використання сформованої бази даних (табл. 2-4) та контрольних параметрів якості (табл. 1) проводили оцінку якості поширених монофлорних сортів меду відповідно до встановлених вимог 1, 2 і 3 критеріїв якості. Для вибору сортів меду, технологічно придатних для харчової промисловості, згідно

розробленої системи оцінювання якості отримані результати узагальнили у таблицю 7.

Таблиця 7

Результати математичного аналізу якості сортів меду за 1 критерієм

Сорт за результатами пилкового аналізу*	Коефіцієнти якості			
	$k_{\text{вн}}$	$\varphi_{\text{яс}}, \%$	$k_{\text{яз}}$	$\varphi_{\text{яз}}, \%$
акацієвий	0,44	56,27	1,98	49,59
ріпаковий	0,68	31,78	1,11	10,12
липовий	0,87	13,36	1,06	5,87
соняшниковий	0,77	22,79	1,54	35,27

Примітка: * удосконалений метод мелісопалінології; $k_{\text{вн}}$ – коефіцієнт відповідності нормативам якості; $\varphi_{\text{яс}}$ – відносний коефіцієнт спадання якості, %; $k_{\text{яз}}$ – коефіцієнт зростання якості; $\varphi_{\text{яз}}$ – відносний коефіцієнт зростання якості, %.

Аналіз результатів використання системи оцінювання за 1 критерієм якості, свідчить, що нормативним показникам ($k_{\text{вн}}$) найбільше відповідають акацієвий та ріпаковий сорти медів. Коефіцієнт спадання якості ($\varphi_{\text{яс}}$) вказує на придатність використання у харчовій промисловості липового, соняшникового, ріпакового сортів меду (що розташовані у порядку зростання), зважаючи на найменше значення (%) спадання його якості меду у межах сорту. Всі досліджувані сорти меду потенційно можуть мати вищу якість, на що вказує коефіцієнт зростання якості ($k_{\text{яз}}$). За цього, найменше значення відносного коефіцієнту зростання якості (%) для липового сорту меду.

Висновки. У результаті проведеного дослідження було побудовано розрахункові графічні моделі 6–3-факторного простору позитивних та негативних параметрів, які характеризують фізико-хімічні показники якості меду. Застосування математичного моделювання дозволило створити уніфіковану систему оцінювання якості для різних сортів меду з урахуванням їхніх сортових, ботанічних та регіональних особливостей. За підсумком досліджень виведені та застосовані коефіцієнти для визначення найвищої якості у межах стандартизованих вимог для різних сортів меду та встановити потенціал до погіршення чи покращення якісних параметрів. Найбільш технологічно придатними для подальшої переробки будуть сорти меду за умови, якщо коефіцієнт відповідності нормативам якості ($k_{\text{вн}}$) прямує до 1; відносний коефіцієнт спадання якості ($\varphi_{\text{яс}}$), % – до 0; коефіцієнт зростання якості ($k_{\text{яз}}$) – до максимальних значень; відносний коефіцієнт зростання якості ($\varphi_{\text{яз}}$), % – до 100.

Застосування цих індикаторів у поєднанні з методами мелісопалінологічного аналізу, сортовизначальними ознаками та логікою дерева рішень за принципами НАССР дає змогу комплексно підходити до контролю якості меду як на етапі заготівлі сировини, так і в процесі промислової переробки. Запропонована модель має практичне значення для харчової промисловості, оскільки дає змогу стандартизувати систему внутрішнього контролю якості меду, прогнозувати зміну якості у процесі зберігання чи перероблення, оптимізувати вибір сировини для виробництва продуктів на основі меду.

Таким чином, розроблена система моделювання може бути рекомендована як інструмент оцінювання та управління якістю меду в умовах промислових підприємств харчового профілю, лабораторій контролю якості та науково-дослідних установ.

Подяки. Автори Леонора Адамчук (#52410408) та Артем Антонів (#52410255) дякують Міжнародному Вишеградському фонду за дослідницькі стажування, під час яких були отримані результати та знання, представлені в цій статті.

The authors Leonora Adamchuk (#52410408) and Artem Antoniv (#52410255) thank the International Visegrad Fund for research internships, during which the results and knowledge presented in this paper were obtained.

Бібліографія

1. Chenchouni H., Laallam H. Revolutionizing food quality assessment: Unleashing the potential of artificial intelligence for enhancing honey physicochemical, biochemical, and melissopalynological insights. *Journal of the Saudi Society of Agricultural Sciences*. 2024. <https://doi.org/10.1016/j.jssas.2024.01.002>.
2. Maicelo-Quintana J. L., Reyna-Gonzales K., Balcázar-Zumaeta C. R., Auquiñivin-Silva E. A., Castro-Alayo E. M., Medina-Mendoza M., Cayo-Colca I. S., Maldonado-Ramirez I., Silva-Zuta M. Z. Potential application of bee products in food industry: An exploratory review. *Heliyon*. Vol. 10. Is. 1. e24056, 2024. <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2024.e24056>.
3. Maina M. W., Mburu J., Maina F. W., Chimoita E. L. Determinants of Consumers' Perceptions of Honey Quality Attributes which influence purchasing decisions in Nyandarua County, Kenya. *Bee World*, № 1-6, 2024. <https://doi.org/10.1080/0005772X.2023.2300492>.
4. Biswas A., Chaudhari S. R. Exploring the role of NIR spectroscopy in quantifying and verifying honey authenticity: A review. *Food Chemistry*. Vol. 445. 138712. 2024. <https://doi.org/10.1016/j.foodchem.2024.138712>.
5. Ulberth F., Aries E., De Rudder O., Kaklamanos G., Maquet A. Purity Assessment of Honey Based on Compound Specific Stable Carbon Isotope Ratios Obtained by LC-IRMS. *Journal of AOAC International*, qsae021, 2024. <https://doi.org/10.1093/jaoacint/qsae021>.
6. Tian L., Bilamjian S., Liu L., Akiki C., Cuthbertson D. J., Anumol T., Bayen S. Development of a LC-QTOF-MS based dilute-and-shoot approach for the botanical discrimination of honeys. *Analytica Chimica Acta*. Vol. 1304. 342536. 2024. <https://doi.org/10.1016/j.aca.2024.342536>.
7. Jiang W., Battesti M. J., Yang Y., Jean-Marie É., Costa J., Béreau D., Paolini J., Robinson J. C. Melissopalynological Analysis of Honey from French Guiana. *Foods*. Vol. 13 (7), 1073. 2024. <https://doi.org/10.3390/foods13071073>.
8. Adamchuk L. O. Improvement of the method of botanical identification of honey. *Food Science and Technology*. 2021. Vol. 14(4). P. 31–42. <https://doi.org/10.15673/fst.v14i4.1895>.
9. Adamchuk L., Sukhenko V., Skoryk M. Adaptation of electronic scanning microscopy methods for investigation of pollen grains. *Food Resources*. 2020. Vol. 8 (14). P. 20–28. <https://doi.org/10.31073/foodresources2020-14-02>.

References

1. Adamchuk, L. O. (2021). Improvement of the method of botanical identification of honey. *Food Science and Technology*, 14(4), 31–42. <https://doi.org/10.15673/fst.v14i4.1895>.
2. Adamchuk, L., Sukhenko, V., Skoryk, M. (2020). Adaptation of electronic scanning microscopy methods for investigation of pollen grains. *Food Resources*, 8 (14), 20–28. <https://doi.org/10.31073/foodresources2020-14-02>.
3. Biswas, A., Chaudhari, S. R. (2024). Exploring the role of NIR spectroscopy in quantifying and verifying honey authenticity: A review. *Food Chemistry*, 445, 138712. <https://doi.org/10.1016/j.foodchem.2024.138712>.
4. Chenchouni, H., Laallam, H. (2024). Revolutionizing food quality assessment: Unleashing the potential of artificial intelligence for enhancing honey physicochemical, biochemical, and melissopalynological insights. *Journal of the Saudi Society of Agricultural Sciences*. <https://doi.org/10.1016/j.jssas.2024.01.002>.
5. Jiang, W., Battesti, M. J., Yang, Y., Jean-Marie, É., Costa, J., Béreau, D., Paolini, J., Robinson, J. C. (2024). Melissopalynological analysis of honey from French Guiana. *Foods*, 13 (7), 1073. <https://doi.org/10.3390/foods13071073>.
6. Maicelo-Quintana, J. L., Reyna-Gonzales, K., Balcázar-Zumaeta, C. R., Auquiñivin-Silva, E. A., Castro-Alayo, E. M., Medina-Mendoza, M., Cayo-Colca, I. S., Maldonado-Ramirez, I., Silva-Zuta, M. Z. (2024). Potential application of bee products in food industry: An exploratory review. *Heliyon*, 10 (1), e24056. <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2024.e24056>.
7. Maina, M. W., Mburu, J., Maina, F. W., & Chimoita, E. L. (2024). Determinants of consumers' perceptions of honey quality attributes which influence purchasing decisions in Nyandarua County, Kenya. *Bee World*, 1–6. <https://doi.org/10.1080/0005772X.2023.2300492>.
8. Tian, L., Bilamjian, S., Liu, L., Akiki, C., Cuthbertson, D. J., Anumol, T., Bayen, S. (2024). Development of a LC-QTOF-MS based dilute-and-shoot approach for the botanical discrimination of honeys. *Analytica Chimica Acta*, 1304, 342536. <https://doi.org/10.1016/j.aca.2024.342536>.
9. Ulberth, F., Aries, E., De Rudder, O., Kaklamanos, G., & Maquet, A. (2024). Purity assessment of honey based on compound specific stable carbon isotope ratios obtained by LC-IRMS. *Journal of AOAC International*, qsae021. <https://doi.org/10.1093/jaoacint/qsae021>.